Probabilidades y Estadística . P. 1

1er c. 2019

① Para cada uno de los sig. experimentos, se pide definir el espacio muestral:

a) Se analiza un tubo de ensayo con una muestra para detectar la presencia o ausencia de una molécula contaminante.

$\Omega = \{ \text{sí}, \text{no} \}$ ✓

b) Se seleccionan sucesivamente dos artículos de cierta producción y se clasifica cada uno en normal o defectuoso.

$\Omega = \{ (N,N), (N,D), (D,N), (D,D) \}$ ✓

c) Se arroja una moneda hasta obtener una cara

$\Omega = \{ (Ca), (Ce, Ca), (Ce, Ce, Ca), (Ce\ Ce\ Ce\ Ce, Ca) \ldots \}$

d) Se seleccionan dos billetes de una billetera que contiene uno de \$50, uno de \$10, y uno de \$5. Considerar el experimento con y sin reposición

$\Omega_{SR} = \{ (\$50, \$10), (\$50, \$5), (\$10, \$50), (\$10, \$5), (\$5, \$10), (\$5, \$50) \}$

$\Omega_{CR} = \{ (50,50), (50,10), (50,5), (10,50), (10,10), (10,5), (5,50), (5,10), (5,5) \}$ ✓

e) De una caja que contiene bolillas blancas y negras se extraen sucesivamente bolillas hasta obtener dos blancas o cuatro bolillas cualesquiera.

$\Omega = \{ (bb), (nbb), (bnb), (nnnn), (nnnb), (nnbn), (nbnn), (bnnn),$
$(nnbb), (nbnb), (bnnb) \}$ ✓

f) Se mide el tiempo en minutos de espera en la parada de colectivo 7 entre las 23 hs y las 24 hs en Campus

$\Omega = \{ x \in \mathbb{R} : 0 \leq x < 60 \}$

② Describir por extensión los sig. eventos correspondientes a los experimentos aleatorios descriptos en el item b) del ej anterior.

'Se seleccionan sucesivamente dos artículos de cierta producción y se clasifica cada uno, en normal o defectuoso'

A = el primer artículo seleccionado es defectuoso

$A = \{ (d,n), (d,d) \}$

B = al menos uno de los artículos es defectuoso

$B = \{ (d,n), (n,d), (d,d) \}$

C = ambos artículos son defectuosos

$C = \{ (d,d) \}$

Indicar el valor de verdad de las sig. proposiciones:

a) $A \subseteq B$ V

b) $C \subseteq A$ V

c) $A \cap C$ es un evento imposible F $A \cap C = \{(d,d)\} \neq \emptyset$

d) El complemento de un evento imposible es cierto V

e) B^c y A son eventos incompatibles $A \cap B^c = \emptyset$ V
$B^c = \{(n,n)\}$

NOTA

P y E P1 1°c 2019

(3) Supongamos que se lanza una moneda equilibrada tres veces y se observan las caras superiores registrando cara o cruz según corresponda.

a) Establecer el espacio muestral de este experimento

C = cara
X = cruz

$\Omega = \{(C\,C\,C), (C\,C\,X), (C\,X\,C), (C\,X\,X), (X\,C\,C), (X\,C\,X), (X\,X\,C), (X\,X\,X)\}$ ✓

b) Asignar una probabilidad a cada punto ¿Se trata de un espacio de equiprobabilidad?

$P_{(c/punto)} = 1/8$ → es equiprobable ✓

c) Sea A el evento de observar exactamente una vez cara y B el evento de observar al menos una cara.
Obtener los puntos muestrales de A y B

$A = \{(C\,X\,X), (X\,C\,X), (X\,X\,C)\}$ ✓

$B = \{(C\,C\,C), (C\,C\,X), (C\,X\,C), (C\,X\,X), (X\,C\,C), (X\,C\,X), (X\,X\,C)\}$ ✓

d) A partir de las respuestas anteriores, calcular $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cup B)$ y $P(A \cap B)$

Ω Es equiprobable → $P(\text{algo}) = \dfrac{\#\text{ casos favorables}}{\#\text{ casos totales}}$

$\boxed{P(A) = 3/8}$ ✓

$\boxed{P(B) = 7/8}$ ✓

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) = P(B)$

$\boxed{A \cap B = A}$ $\boxed{P(A \cup B) = 7/8}$ ✓

$P(A \cap B) = P(A) = \boxed{3/8 = P(A \cap B)}$ ✓

NOTA

(4) Una moneda está cargada de modo tal que la prob. de que salga cara es el triple de la posibilidad de cruz.

Calcular ambas probabilidades

A = se arroja una moneda y sale cara   C

B = " " " " " " cruz   X

NO es equiprobable pues la moneda está cargada

$P(A) = 3P(B)$, $P(\Omega) = 1 = P(A) + P(B) - \overbrace{P(A \cap B)}^{0}$

$1 = \overbrace{3P(B)}^{P(A)} + P(B) = 4P(B) \rightarrow P(B) = \frac{1}{4}$

$\boxed{P(B) = \frac{1}{4} \rightarrow P(A) = \frac{3}{4}}$ ✓

---

(5) Los frascos de mermelada tienen, por lo general, dos tipos de fallos: peso insuficiente o tapa no hermética. El 12% contiene menos cantidad de la informada en la etiqueta, el 8% tiene problemas con la tapa y el 3% presenta ambas deficiencias. Los frascos en los que se detecta algunos de estos fallos son descartados. Hallar la prob. de que un frasco elegido al azar:

a) tenga exactamente una falla = C

A = falla en el peso → $P(A) = 0{,}12$

B = falla en la tapa → $P(B) = 0{,}08$

$\overbrace{\qquad}^{\text{enunciado}}$ $P(A \cap B) = 0{,}03$

$P(C) = P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B) =$

$= 0{,}12 + 0{,}08 - 0{,}03 - 0{,}03 = \boxed{0{,}14 = P(C)}$ ✓

b) no sea descartado = D

$P(D) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) =$

$= 1 - 0{,}12 - 0{,}08 + 0{,}03 = \boxed{0{,}83 = P(D)}$ ✓

NOTA

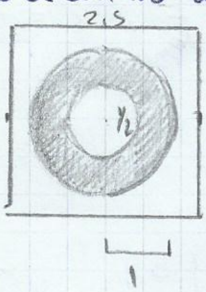
D y E P1 1°c 2019

⑥ Se dispone de un blanco cuadrado de 2,5m de lado. Un dispositivo electrónico realiza disparos independientes que impactan en forma aleatoria en cualquier punto del cuadrado.
Hallar la probabilidad de que:

a) un disparo impacte a menos de 1 cm. del centro del blanco = A

$$P(A) = \frac{\text{área circ } r=1}{\text{área total}} = \frac{\pi}{\frac{25}{4}} = \boxed{\frac{4\pi}{25} = P(A)}$$ ✓

b) un disparo impacte a menos de 1 m del centro pero a más de $\frac{1}{2}$ m del centro del blanco = B



Área total $= \frac{25}{4}$

corona con $1/2 \leq r \leq 1 \rightarrow \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}\pi$

$$P(B) = \frac{\frac{3}{4}\pi}{\frac{25}{4}} = \frac{3}{4}\pi \cdot \frac{4}{25} = \boxed{\frac{3}{25}\pi = P(B)}$$ ✓

c) Si se hacen dos disparos, ambos caigan en el semiplano sup. = C

Área total $= 25/4$

Área semiplano sup $= 25/8$

$$P(1° \text{ disp.}) = \frac{25/8}{25/4} = \frac{1}{2}$$

$$P(2° \text{ disp}) = \frac{1}{2}$$

Principio mult.

$$P(C) = P(1°) \cdot P(2°) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

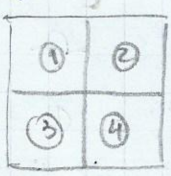
$\Omega = \{(\text{sup inf}), (\text{sup sup}), (\text{inf sup}), (\text{inf inf})\}$

$C = \{(\text{sup} \cdot \text{sup})\}$

$\boxed{P(D) = \frac{1}{4}}$

$\boxed{P(C) = 1/4}$ ✓

d) Si se hacen dos disparos, los dos caigan en distinto cuadrante = D



$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\} \rightarrow \#\Omega = 16$

$D = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3)\}$
$\rightarrow \# D = 12$

$$P(D) = \frac{\#D}{\#\Omega} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$\boxed{P(D) = 3/4}$ ✓

7) Se tiene un dado cargado tal que la prob. de cada número par es proporcional a ese número (con la misma constante de proporcionalidad en todos los casos) y las prob. de los números impares son los mismos que un dado normal. Consideramos los eventos A = "num par" B = "divisor de 6" y C = "múltiplo de 5"

$k \in \mathbb{R}$

a) Hallar la prob. de cada elemento del espacio muestral $P_{(i)} = ik$

$P_{(1)} = \frac{1}{6}$, $P_{(2)} = 2k$, $P_{(3)} = \frac{1}{6}$, $P_{(4)} = 4k$, $P_{(5)} = \frac{1}{6}$, $P_{(6)} = 6k$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$, $P_{(\Omega)} = 1 = \frac{1}{6} + 2k + \frac{1}{6} + 4k + \frac{1}{6} + 6k =$

$= \frac{1}{2} + 12k = 1 \rightarrow 12k = \frac{1}{2}$

$k = \frac{1}{24}$

$\rightarrow \boxed{P_{(1)} = \frac{1}{6},\ P_{(2)} = \frac{1}{12},\ P_{(3)} = \frac{1}{6},\ P_{(4)} = \frac{1}{6},\ P_{(5)} = \frac{1}{6},\ P_6 = \frac{1}{4}}$ ✓

b) Hallar $P_{(A)}$, $P(A \cup C)$, $P(A^c \cap B^c)$, $P(B-C)$

A = número par $\rightarrow$ $A = \{2,4,6\}$
B = divisor de 6 $\rightarrow$ $B = \{1,2,3,6\}$
C = múltiplo de 5 $\rightarrow$ $C = \{5\}$

$P_{(A)} = P_{(2)} + P_{(4)} + P_{(6)} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} = \boxed{P_{(A)} = \frac{1}{2}}$ ✓

$P_{(A \cup C)} = P_{(A)} + P_{(C)} - \underbrace{P_{(A \cap C)}}_{0 \rightarrow A \cap C = \emptyset} = \frac{1}{2} + P_{(5)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

$\boxed{P_{(A \cup C)} = \frac{2}{3}}$ ✓

$A^c = \{1,3,5\}$
$B^c = \{4,5\}$
$\rightarrow A^c \cap B^c = \{5\}$

$P_{(A^c \cap B^c)} = \boxed{P_{(5)} = \frac{1}{6}}$ ✓

$\cdot\ B - C = \{1,2,3,6\} = B \rightarrow P_{(B-C)} = P_{(B)} = P_{(1)} + P_{(2)} + P_{(3)} + P_{(6)} =$

$= \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \boxed{\frac{2}{3} = P_{(B-C)}}$ ✓

NOTA

⑧ Una clase consta de seis varones y diez mujeres. La tercera parte del primer grupo y la quinta parte del segundo usa anteojos.

Hallar la probabilidad de que un alumno seleccionado al azar:

a) use anteojos o sea mujer $= C$

2 varones usan anteojos
2 mujeres usan anteojos $= A \cap B$

total = 16 personas

A = usa anteojos

B = es mujer

$$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{4}{16} + \frac{10}{16} - \frac{2}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{P(C) = 3/4}$$ ✓

b) $\underbrace{\text{sea varón}}^{B^c}$ y $\underbrace{\text{no use anteojos}}^{A^c}$

$\# \Omega = 16$

Son 6 varones, 2 usan anteojos → varón sin ant = 4

$$P(B^c \cap A^c) = \frac{4}{16} = \boxed{\frac{1}{4} = P(B^c \cap A^c)}$$ ✓

⑨ Se eligen al azar tres motores de un conjunto de diez, entre los cuales 4 son a inyección. → 4 iny. 6 no iny

Hallar la probabilidad de que:

a) ninguno sea a inyección = A

$\# \Omega = \binom{10}{3}$ $\qquad \# A = \binom{6}{3}$

$$P(A) = \frac{\# A}{\# \Omega} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{20}{120} = \boxed{\frac{1}{6} = P(A)}$$ ✓

b) a lo sumo 1 sea a inyección = B → 1 o 0 de inyección

$$\# B = \underbrace{\binom{4}{1}\binom{6}{2}}_{3} + \underbrace{\binom{4}{0}\binom{6}{3}}_{\text{ninguno de iny}} = 4 \cdot 15 + 1 \cdot 20 = 80$$

$$P(B) = \frac{\# B}{\# \Omega} = \frac{80}{120} = \boxed{\frac{2}{3} \; P(B)}$$ ✓

c) al menos dos sean de inyección = C → iny 2 o 3

$$P(C) = P(B^c) = 1 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{3} = P(C)}$$ ✓

PyE P1 2019

(10) Calcular la probabilidad de que en una reunión de ocho personas se encuentran al menos dos que cumplan años el mismo día. (Sugerencia: considerar un año de 365 días y ordenar a los individuos)

¿Y si son 23 personas?

"Al menos" → pueden ser 2, 3, 4 .... así que mejor lo resuelvo por el complemento

A: en un grupo de 8 personas al menos 2 cumplen el mismo día

A^c: " " " " " " ninguno cumple el mismo día

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

$$\#A^c = 365 . 364 . 363 . 362 . 361 . 360 . 359 . 358 = \frac{365!}{357!} = \frac{365!}{(365-8)!}$$

$$\binom{M}{r} = \frac{M!}{r!(M-r)!} \rightarrow \#A^c = \frac{8! \, 365!}{\underbrace{8!(365-8)!}_{\binom{365}{8}}} = \boxed{8!\binom{365}{8} = \#A^c}$$

$$\#\Omega = 365 . 365 . 365 . 365 . 365 . 365 . 365 . 365 = 365^8$$

$$P(A^c) = \frac{\#A^c}{\#\Omega} = \frac{8!\binom{365}{8}}{365^8} = 0{,}92566$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0{,}92566 = \boxed{0{,}0743 = P(A)}$$

generalizando en un grupo de n integrantes $P(B) = \frac{n!\binom{365}{n}}{365^n}$

n = 23 → C = en un grupo de 23 personas, al menos 2 cumplen el mismo día

$$P(C) = 1 - P(C^c) = 1 - \frac{23!\binom{365}{23}}{365^{23}} = 1 - 0{,}4927 = 0{,}5073$$

$$\boxed{P(C) = 0{,}5073}$$

con 23

(11) Usando la propiedad $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ probar que:

$$P(A\cup B\cup C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)$$

$$\boxed{P(A\cup B\cup C)}=P((A\cup B)\cup C)=P(A\cup B)+P(C)-P((A\cup B)\cap C)=$$

$$=\overbrace{P(A)+P(B)-P(A\cap B)}^{P(A\cup B)}+P(C)-\left(P((A\cap C)\cup(B\cap C))\right)=$$

$$=P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-\left[P(A\cap C)+P(B\cap C)-P(\underbrace{(A\cap C)\cap(B\cap C)}_{A\cap C\cap B})\right]=$$

$$=\boxed{P(A)+P(B)+P(C)-P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C)+P(A\cap B\cap C)}$$

NOTA

HOJA N°

PyE | P1 | FECHA 1°c 2019

(12) Un estudio de la conducta después de una re-educación en leyes de tránsito de un gran número de infractores, sugiere que la prob. de reincidencia dentro de los 6 meses sig. a la reeduc. podría depender de los años de educ. formal recibida por el individuo

Las proporciones del número total de casos que caen dentro de las cuatro cat. de educ.-reincid. se presentan a continuación

	Condición dentro del período de 6 meses, después de la reed.		
Educación	Reincidente	No reincidente	Totales
7 años o más	0,10	0,30	0,40
Menos de 7 años	0,23	0,37	0,60
Totales	0,33	0,67	1,00

A (row "7 años o más"); B (column "Reincidente")

Supóngase que se selecciona al azar una única persona del programa de tratamiento. Sean los eventos:

A: "la persona seleccionada tiene siete años o más de educación"

B: "la persona selecc. reincide dentro del período de los 6 meses post. a la reeduc."

a) Encontrar las probabilidades de los eventos: A, B, $A \cap B$ y $A|B$

$\boxed{P(A) = 0{,}40}$ $\boxed{P(B) = 0{,}33}$ $\boxed{P(A \cap B) = 0{,}10}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}10}{0{,}33} = 0{,}3030 \rightarrow \boxed{P(A|B) = 0{,}303}$

b) Encontrar las prob. de los eventos: $A \cup B$ y $(A \cup B)^c$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}33 - 0{,}10 = \boxed{0{,}63 = P(A \cup B)}$

$P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0{,}63 = 0{,}37 \rightarrow \boxed{P(A \cup B)^c = 0{,}37}$

c) ¿Resultaron independientes los eventos A y B?

NO

$\underbrace{P(A)}_{0{,}40} . \underbrace{P(B)}_{0{,}33} \neq \underbrace{P(A \cap B)}_{0{,}10}$

NOTA

(13) En una oficina Of_1 trabajaban 3 mujeres y un varón y en otra trabajaban dos mujeres y dos varones. Se decidió transferir a un empleado al azar de la primera oficina a la segunda. Si se selecciona, después de ese traspaso, de la segunda oficina un empleado, qué prob. hay de que sea mujer

3M 1V	2M 2V
1° of	2° of

→ | 3M | 2M 3V | → $P(A^c)$

o

| 2M 1V | 3M 2V | → $P(A)$

A: la persona elegida de la 1° of. es mujer
A^c: " " " " 1° " es varón

B: la persona elegida de la 2° of. es mujer
B^c: " " " " 2° of es hombre

$$P(A) = \frac{\# fav}{\# totales} = \boxed{\frac{3}{4} = P(A)} \qquad P(A^c) = 1 - P(A) = \boxed{\frac{1}{4} = P(A^c)}$$

$$P(B) = P(B|A^c)\,P(A^c) + P(B|A).P(A) =$$

$$= \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2}{20} + \frac{9}{20} = \frac{11}{20} \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{11}{20}}$$

---

(14) (T) Sean 3 eventos A, B y C asociados a un espacio muestral Ω, demostrar que:

a) Si A no es imposible $\rightarrow P(B|A) + P(B^c|A) = 1$

$$P(B|A) + P(B^c|A) = P(B|A) + \underbrace{1 - P(B|A)}_{P(B^c|A)} = 1$$

b) Si $P(B|A) > P(B) \rightarrow P(B^c|A) < P(B^c)$

$$P(B|A) > P(B) \rightarrow -P(B|A) < -P(B) \rightarrow \underbrace{1 - P(B|A)}_{P(B^c|A)} < 1 - P(B)$$

imp!

- $P(B^c|A) < 1 - P(B) = P(B^c) \rightarrow P(B^c|A) < P(B^c)$

c) Si C no es imposible $\rightarrow P(A \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C)$

$$P(A \cup B|C) = P(A|C) \cup B|C) = P(A|C) + P(B|C) - P(A|C) \cap P(B|C)) =$$

$$= P(A|C) + P(B|C) - P(A \cap B|C)$$

PyE P1 1°c 2019.

(15) Una caja contiene 7 cubos azules y 3 verdes y una segunda caja contiene 6 cubos azules y 4 verdes. Se elige al azar un cubo de la primera caja y se lo pone en la segunda caja. Luego se selecciona al azar un cubo de la segunda caja y se lo pone en la primera.

a) Hallar la prob. de que se seleccione un cubo azul de la primera caja y un cubo verde de la segunda

| 7A 3V | | 6A 4V |

1° caja   2° caja

A: se elige un cubo azul de la 1° caja

B: se elige un cubo verde de la 2° caja

$P(A) = \frac{7}{10}$

1° cubo Azul → 2° caja: | 7A 4V | ← $P(B|A)$

$P(A\cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{\cancel{10}_5} \cdot \frac{\cancel{4}^2}{11} = \frac{14}{55}$ → $\boxed{P(B\cap A) = \frac{14}{55}}$ ✓

b) Hallar la probabilidad de que al finalizar el proceso las cajas queden como estaban inicialmente

A_1: se elige un cubo azul de la 1° caja   7A, 3V → $P(A_1) = 7/10$
A_2: " " " " " " 2° caja

V_1: " " " " verde de la 1° caja   7A, 3V → $P(V_1) = 3/10$
V_2: " " " " " " 2° caja

B: al finalizar el experimento, las cajas quedan como al principio

$P(B) = \overset{7/10}{P(A_1)}\, P(A_2|A_1) + \overset{3/10}{P(V_1)} \cdot P(V_2|V_1)$

$A_2|A_1$ → 2° caja | 7A 4V | $P(A_2|A_1) = 7/11$

$V_2|V_1$ → 2° caja | 6A 5V | $P(V_2|V_1) = 5/11$

$P(B) = \frac{7}{10}\cdot\frac{7}{11} + \frac{3}{10}\cdot\frac{5}{11} = \frac{49+15}{110} = \frac{64}{110}$ → $\boxed{P(B) = \frac{64}{110}}$

=

$\boxed{P(B) = \frac{32}{55}}$ ✓

(16) Un dado equilibrado se arroja dos veces. Se definen los eventos:

- A: "el primer resultado es par"
- B: "el segundo resultado es par"
- C: "la suma de los resultados es par"

Se pide:

a) Mostrar que los eventos A, B y C son independientes de a pares

$\boxed{P(A) = 1/2}$ $\boxed{P(B) = 1/2}$ $\boxed{P(C) = 1/2}$

Para C: $\Omega = \{(par, par), (par, impar), (impar, impar), (impar, par)\}$

$C = \{(par, par), (impar, impar)\} \rightsquigarrow P(C) = \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2} = P(C)}$

$A \cap B$: $\underline{1/2}\ \underline{1/2} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{4}$

$\underset{1/2}{P(A)} \cdot \underset{1/2}{P(B)} = \underset{1/4}{P(A \cap B)} \longrightarrow$ $\boxed{\text{A y B son independientes}}$

$B \cap C = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$ $\# B \cap C = 9$

$\Omega = \underline{6}\ \underline{6} = 36 \rightarrow \# \Omega = 36 \rightarrow P(B \cap C) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

$\underset{1/2}{P(B)}\ \underset{1/2}{P(C)} = \underset{1/4}{P(B \cap C)}$ ✓ $\rightarrow$ $\boxed{\text{B y C son independientes}}$

$A \cap C = B \cap C \therefore P(A \cap C) = 1/4$

$\underset{1/2}{P(A)} \cdot \underset{1/2}{P(C)} = \underset{1/4}{P(A \cap C)}$ ✓ $\longrightarrow$ $\boxed{\text{A y C son independientes}}$

b) Mostrar que los eventos A, B y C no son mutuamente indep.

tengo que demostrar que los tres juntos no son independientes

$P(A \cap B \cap C) = \underbrace{P(A \cap B)}_{1/4} \longrightarrow$ siempre que se den A y B, se da C

$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$$\boxed{P(A \cap B \cap C) \neq P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)}$$

NOTA

(17) (4) Demostrar que si los eventos A, B y C son independientes y no son imposibles entonces

$$P(A\cup B\cup C)=1-P(A^c)\cdot P(B^c)\,P(C^c)$$

$$P(A\cup B\cup C)=1-P((A\cup B\cup C)^c)=1-P(A^c\cap B^c\cap C^c)=$$

$$\overset{\text{indep}}{=}\boxed{1-P(A^c)\cdot P(B^c)\cdot P(C^c)}$$

(18) Sean A y B dos eventos con prob. $P(A)=1/2$, $P(B)=1/3$, $P(B-A)=1/12$

Hallar $P(A\cap B)$ y $P(A^c|B)$

$$P(B-A)=P(B)-P(A\cap B)\rightarrow P(A\cap B)=P(B)-P(B-A)=$$
$$=1/3-1/12=1/4$$

$$\boxed{P(A\cap B)=1/4}\ ✓$$

$$P(A^c|B)=1-P(A|B)=1-\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=1-\frac{1/4}{1/3}=1/4$$

$$\boxed{P(A^c|B)=1/4}\ ✓$$

(19) Calcular $P(B|A)$ si:

a) A es un subconjunto de B

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{P(A)}{P(A)}=\boxed{1=P(B|A)}$$

b) A y B son incompatibles

$$P(B|A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}\overset{0}{=}\frac{P(\emptyset)}{P(A)}=\boxed{0=P(B|A)}$$

NOTA

(20) Se lanza un dado dos veces. Hallar la prob. de que la suma de sus números sea mayor o igual que ocho si:

a) aparece un cuatro en el primer dado

A: la suma de los dados es mayor o igual que ocho

B: aparece un 4 en el 1º tiro

$$P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1/12}{1/6} = \boxed{\frac{1}{2} = P(A|B)}$$ ✓

$P(B) = 1/6$

$A = \{(2,6),(3,5),(3,6),(4,4),(4,5),(4,6),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

$A\cap B = \{(4,4),(4,5),(4,6)\}$ $\#A\cap B = 3$, $\#\Omega = 6.6 = 36$

$P(A\cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

b) aparece un cuatro en, por lo menos, uno de los dos dados: C

$$P(A|C) = \frac{P(A\cap C)}{P(C)} = \frac{5/36}{11/36} = \frac{5}{11}$$

$$P(C) = P(\underbrace{4 \text{ en } 1^{\circ} \text{ tiro}}_{B} \cup \underbrace{4 \text{ en el } 2^{\circ} \text{ tiro}}_{B'}) = \overset{1/6}{P(B)} + \overset{1/6}{P(B')} - \overset{1/36}{P(B\cap B')} = \frac{11}{36}$$

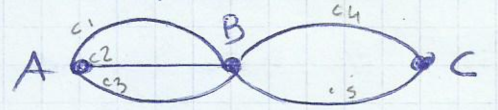
$A\cap C = \{(4,4),(4,5),(4,6),(5,4),(6,4)\} \rightarrow \#A\cap C = 5$ $\#\Omega = 36$

$P(A\cap C) = 5/36$

$$\boxed{P(A|C) = \frac{5}{11}}$$ ✓

PyE P 1 1ºc 2019

(21) Existen tres caminos de A hasta B y dos caminos de B hasta C, como se muestra en la figura. Cada uno de estos caminos está bloqueado con prob. 0,1 independientemente de los otros



c1, c2 y c3 → caminos de A a B
c4 y c5 → caminos de B a C

Hallar la prob. de que:

a) exista algún camino abierto que permita llegar de A hasta C ← $P(AC^c)$

C_i: el camino i está bloqueado $\quad P(C_i) = 0,1$

AB: los caminos que unen A y B están bloqueados

BC: " " " " B y C " "

AC: " " " " A y C " "

$$P(\underbrace{\text{existe ALGÚN camino}}_{AC^c}) = 1 - P(\text{no existen caminos}) = 1 - P(AB \cup BC) =$$
$$= 1 - \left(P(AB) + P(BC) - P(AB \cap BC)\right)$$

- $P(AB) = P(C_1 \cap C_2 \cap C_3) \overset{\text{indep}}{=} P(C_1) \cdot P(C_2) \cdot P(C_3) = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 0,001$
- $P(BC) = P(C_4 \cap C_5) \overset{\text{indep}}{=} P(C_4) \cdot P(C_5) = 0,1 \times 0,10 = 0,01$
- $P(AB \cap BC) \underset{\text{indep}}{=} P(AB) \cdot P(BC) = 0,001 \times 0,01 = 0,00001$

$$\to P(AC^c) = 1 - (\overbrace{0,001 + 0,01 - 0,00001}^{0,01099}) = \boxed{0,98901 = P(AC^c)}$$

b) cuando el camino más corto que une A con B está cerrado, hallar la prob. de que se pueda llegar de C a A

1 de los 3

C_i, AB, BC y AC, como en a)

"se pueda llegar" → ∃ algún camino → al menos 1 camino no está bloq

1 − P(todos los cam. blq)

x def → los 3 tienen = prob y es 1 de los 3

$$P(AC^c \mid C_1) = 1 - P(AC \mid C_1) = 1 - P(AB \cup BC \mid C_1) = 1 - \left(P(AB \mid C_1) + \underbrace{P(BC \mid C_1)}_{P(BC) \times \text{indep.}} - P(AB \cap BC \mid C_1)\right)$$

$$P(AB \mid C_1) = \frac{P(AB \cap C_1)}{P C_1} \overset{\text{indep}}{=} \frac{P(AB)}{P C_1} = \frac{0,1^3}{0,1} = 0,1^2$$

$$P(AC^c \mid C_1) = 1 - (0,1^2 + 0,1^2 - 0,1^2 \times 0,1^2) = \boxed{0,9801 = P(AC^c \mid C_1)}$$

(22) Una urna tiene 7 bolas rojas y 3 blancas. Si se sacan 3 bolas una tras otra sin reposición ¿cuál es la prob. de que:

a) las dos primeras sean rojas y la tercera blanca?

$\boxed{7R\ 3B}$ R: se extrae una bola roja

10 bolas B: se " " bola blanca.

A: Se extraen dos bolas rojas y la 3º es blanca, sin reposic.

$\underbrace{\binom{7}{1}}_{1^{\circ}\text{extr.}}\underbrace{\binom{6}{1}}_{2^{\circ}\text{extr.}}\underbrace{\binom{3}{1}}_{3^{\circ}} \rightarrow \#A = \binom{7}{1}\binom{6}{1}\binom{3}{1} = 7.6.3 = 126$

de los 3 blancas saco 1

de 7 rojas saco 1, de los 6 rojas restantes saco 1

$\#\Omega = \binom{10}{1}\binom{9}{1}\binom{8}{1} = 10.9.8 = 720$

equip.

$P(A) = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{126}{720} = \frac{7}{40} = 0{,}175 \rightarrow \boxed{P(A) = \frac{7}{40}}$

b) exactamente una sea blanca?

C: se extrae exactamente UNA BLANCA

$C = \{(RRB), (RBR), (BRR)\}$

R_i: se extrae una bola Roja en la i-ésima tirada
B_i: " " " Blanca " " "

$P(C) = P(R_1 \cap R_2 \cap B_3) + P(R_1 \cap B_2 \cap R_3) + P(B_1 \cap R_2 \cap R_3) =$

$= \frac{\binom{7}{1}\binom{6}{1}\binom{3}{1} + \binom{7}{1}\binom{3}{1}\binom{6}{1} + \binom{3}{1}\binom{7}{1}\binom{6}{1}}{720} = \frac{3.126}{720} = \frac{21}{40}$

$\boxed{P(C) = \frac{21}{40}}$

$\frac{7}{10}\ \frac{6}{9}\ \frac{3}{8}$

NOTA

P y E   P 1   HOJA N° 7   FECHA 1°c 2019

(23) tenemos dos urnas A y B. En A hay 3 bolas rojas y 2 blancas y en B 2 rojas y 5 blancas. Se elige una urna al azar y de ella 1 bola que se coloca en la otra urna. Luego se saca una bola de la segunda urna.
Hallar la prob. de que las bolas sacadas sean de igual color

| 3r 2b | | 2r 5b |
A   B

AB: se elige 1° la urna A $P(AB) = 1/2$
BA: " " 1° la urna B $P(BA) = 1/2$

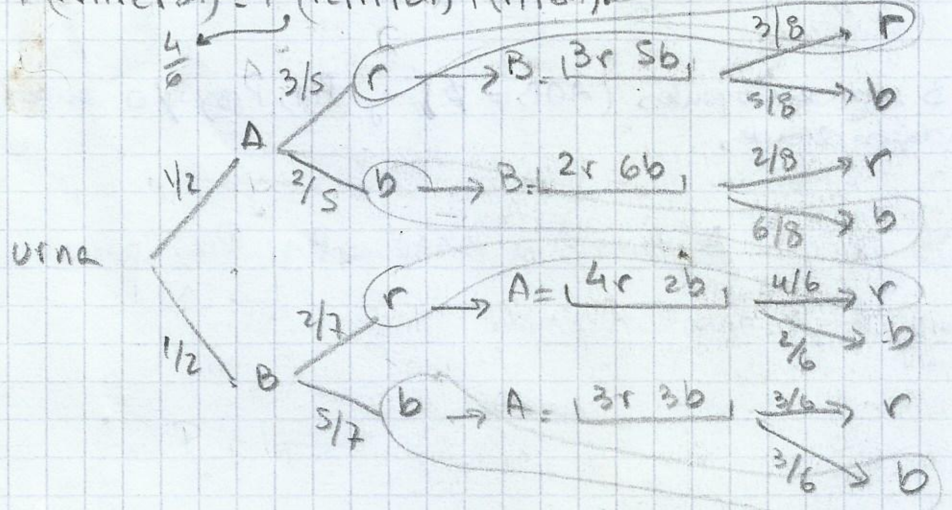
r_i: se extrae 1 bola roja en la i-ésima extracción $i = 1,2$
b_i: " " " blanca " " $i = 1,2$

C: las bolas sacadas de ambas urnas son del mismo color

$P(C) = P((r_1 \cap r_2) \cup (b_1 \cap b_2)) = \underbrace{P(r_1 \cap r_2)}_{①} + P(b_1 \cap b_2)$

① $P(r_1 \cap r_2) = P(r_1 \cap r_2 | AB) \overbrace{P(AB)}^{1/2} + P(r_1 \cap r_2 | BA) \overbrace{P(BA)}^{1/2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{4}{6} \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{2}$

- $P(r_1 \cap r_2 | AB) = \overbrace{P(r_2 | r_1 | AB)}^{3/8} \overbrace{P(r_1 | AB)}^{3/5}$
- $P(r_1 \cap r_2 | BA) = \underbrace{P(r_2 | r_1 | BA)}_{4/6} \underbrace{P(r_1 | BA)}_{2/7}$



$P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{8} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{6} =$

$= \frac{9}{80} + \frac{12}{80} + \frac{8}{84} + \frac{15}{84} = \frac{901}{1680} = 0{,}5363$

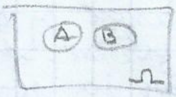
$\boxed{P(C) = 901/1680}$ ✓

NOTA

(24) (T) Sean A y B sucesos de un espacio muestral Ω. Probar que:

a) Si A y B son independientes entonces son independientes:

A y B^c (análogamente A^c y B). Deducir que A^c y B^c también son ind.



$$P(A) = P(A\cap B) + P(A\cap B^c) =$$

$$\overset{\text{ind.}}{=} P(A) \cdot P(B) + P(A\cap B^c)$$

$$P(A) - P(A)\cdot P(B) = P(A\cap B^c)$$

$$P(A)\underbrace{(1-P(B))}_{P(B^c)} = P(A\cap B^c)$$

$$\rightarrow \boxed{P(A)\cdot P(B^c) = P(A\cap B^c)} \therefore \text{A y } B^c \text{ son ind.}$$

$$P(B^c) = P(B^c\cap A) + P(B^c\cap A^c) \overset{\text{indep.}}{=} P(B^c)\cdot P(A) + P(B^c \cap A^c)$$

$$P(B^c)\underbrace{(1-P(A))}_{P(A^c)} = P(B^c\cap A^c)$$

$$\rightarrow \boxed{P(B^c)\cdot P(A^c) = P(B^c\cap A^c)} \rightarrow A^c \text{ y } B^c \text{ son ind.}$$

b) si los sucesos A y B son excluyentes ($A\cap B = \emptyset$) y $P(A)\,P(B) > 0$ entonces A y B no son independientes

$P(A\cap B) = P(\emptyset) = 0$, si A y B ind. $\rightarrow P(A\cap B) = P(A)\cdot P(B)$ pero

$P(A)\cdot P(B) > 0 \rightarrow$ A y B no son ind.

P o E   P1   1°c 2019

(25) La prob. de que un hombre y una mujer viven 10 años más, a partir de ahora son 1/3 y 1/4 respectivamente. Suponiendo independencia entre ambas prob., calcular la prob. de que:

a) ambos estén vivos dentro de 10 años : A

M : la mujer vive 10 años más $P(M) = 1/4$ indep.
H : el hombre vive 10 " " $P(H) = 1/3$

$$P(A) = P(M \cap H) \overset{\text{indep}}{=} P(M) \cdot P(H) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \boxed{\frac{1}{12} = P(A)}$$ ✓

b) al menos uno de ellos esté vivo dentro de 10 años : B

$$P(B) = P(M \cup H) = P(M) + P(H) - P(M \cap H) \overset{\text{ind.}}{=} P(M) + P(H) - P(M) \cdot P(H) =$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \boxed{\frac{1}{2} = P(B)}$$ ✓

c) ninguno esté vivo dentro de 10 años : C

$$P(C) = P(M^c \cap H^c) \overset{\text{ind}}{=} P(M^c) \cdot P(H^c) = (1 - P(M))(1 - P(H)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

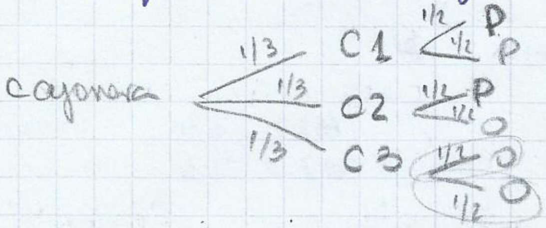
$= P(B^c)$

$$\boxed{P(C) = \frac{1}{2}}$$

d) sólo la mujer esté viva dentro de 10 años : D

$$P(D) = P(M \cap H^c) \overset{\text{indep}}{=} P(M) \cdot P(H^c) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \qquad \boxed{P(D) = \frac{1}{6}}$$ ✓

(28) Se tienen 3 cajoneras idénticas. Cada cajonera tiene 2 cajones. En una de las cajoneras hay una moneda de plata en cada cajón, en otra hay una de plata en un cajón y una de oro en la otra, mientras que la última tiene 2 de oro en c/cajón. Se elige una cajonera al azar y de ésta se saca una moneda de uno de los cajones. Si la moneda es de oro ¿cuál es la prob. de que en el otro cajón haya una moneda de oro?



$$P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = 1/3$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Otra forma de ver la pregunta es: Si la moneda es de oro ¿cuál es la probabilidad de que sea la cajonera C3?

P: la moneda es de Plata
O: " " " Oro

C_1: la cajonera contiene 2 monedas de plata
C_2: " " " 1 moneda de oro y 1 de plata
C_3: " " " 2 monedas de oro

$$P(C_3|O) = \frac{P(C_3 \cap O)}{P(O)} = \frac{\overbrace{P(O|C_3)}^{1}\ \overbrace{P(C_3)}^{1/3}}{\underbrace{P(O|C_3)}_{1}\ \underbrace{P(C_3)}_{1/3} + \underbrace{P(O|C_2)}_{1/2}\ \underbrace{P(C_2)}_{1/3}} = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{P(C_3|O) = \frac{2}{3}}$$

HOJA N°

PyE P1 FECHA 1°c 2019

(27) Uno de cada 25 adultos de cierta población está afectado de una enfermedad para la cual se ha desarrollado una prueba diagnóstica. La prueba es tal que, cuando un individuo padece la enfermedad, el resultado de la prueba es positivo en un 98% de las veces, mientras que un individuo sano tendrá un resultado positivo solamente el 3% de las veces. Eligiendo un individuo al azar de esta población:

a) Hallar la prob. de que el test dé positivo

A: el individuo seleccionado está enfermo $P(A) = 1/25$

A^c: " " " está sano $P(A^c) = 24/25$

Pos: la prueba dio positivo

$$P(Pos) = P(Pos|A)\,P(A) + P(Pos|A^c)\,.\,P(A^c) =$$

$$= 0.98 \cdot 1/25 + 0.03 \quad 24/25 = \frac{17}{250} = 0{,}068$$

$$\boxed{P(Pos) = 0{,}068} \checkmark$$

b) Hallar la prob. de que realmente padezca la enfermedad, sabiendo que el resultado de la prueba fue positivo

$$P(A|Pos) = \frac{P(Pos|A)\,P(A)}{P(Pos|A)\,P(A) + P(Pos|A^c)\,P(A^c)} = \frac{0.98/25}{0{,}068} = \frac{49}{85}$$

Bayes

$$\boxed{P(A|Pos) = 0{,}5765} \checkmark$$

c) Hallar la probabilidad de que realmente esté sano sabiendo que el resultado de la prueba fue negativo

$$P(A^c|Pos^c) = \frac{P(Pos^c|A^c)\ P(A^c)}{P(Pos^c|A^c)\,P(A^c) + P(Pos^c|A)\,P(A)} =$$

$$= \frac{0{,}97 \cdot 24/25}{0{,}97 \cdot 24/25 + 0{,}02 \cdot 1/25} = \frac{1164}{1165}$$

$$\boxed{P(A^c|Pos^c) = 0{,}9991} \checkmark$$

NOTA

(28) La caja A contiene 8 artículos de los cuales 3 son defectuosos. La caja B contiene 5 artículos de los cuales 2 son defectuosos. La caja C contiene 10 art. de los cuales 4 son defectuosos. Se extrae al azar un artículo de cada caja.

a) ¿Cuál es la prob. de que todos los artículos seleccionados sean defect.?

3d 5b	2d 3b	4d 6b
A	B	C

La prob. de elegir A, B o C es $\frac{1}{3}$ (equiprob.)

D_A: el artículo extraído de la caja A es defectuoso $P(D_A) = 3/8$

D_B: " " " " " B " " $P(D_B) = 2/5$

D_C: " " " " " C " " $P(D_C) = 2/5$

T_D: los tres artículos extraídos son defectuosos

$$P(T_D) = P(D_A \cap D_B \cap D_C) \overset{\text{indep.}}{=} P(D_A) \cdot P(D_B) \cdot P(D_C) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{12}{200}$$

$$\boxed{P(T_D) = \frac{3}{50} = 0{,}06}$$ ✓

b) ¿Cuál es la prob. de que solo un artículo de los selecc. sea defectuoso?

S_1: de los artículos extraídos, hay 1 solo defectuoso

$$P(S_1) = P\Big(\underbrace{(D_A \cap D_B^c \cap D_C^c) \cup (D_A^c \cap D_B \cap D_C^c) \cup (D_A^c \cap D_B^c \cap D_C)}_{\text{conj. disjuntos}}\Big) =$$

$$= P(\overbrace{D_A \cap D_B^c \cap D_C^c}^{\text{indep}}) + P(\overbrace{D_A^c \cap D_B \cap D_C^c}^{\text{ind}}) + P(D_A^c \cap D_B^c \cap D_C) =$$

$$= P(D_A)\, P(D_B^c)\, P(D_C^c) + P(D_A^c)\, P(D_B) \cdot P(D_C^c) + P(D_A^c)\, P(D_B^c) \cdot P(D_C) =$$

$$= 3/8 \quad 3/5 \quad 3/5 + 5/8 \quad 2/5 \quad 3/5 + 5/8 \quad 3/5 \quad 2/5 =$$

$$= \frac{27 + 30 + 30}{200} = \frac{87}{200} \rightarrow \boxed{P(S_1) = \frac{87}{200}}$$ ✓

c) Si un solo art. es defectuoso ¿cuál es la prob. de q' el art. proceda de A?

$$P(A \mid S_1) = \frac{P(A \cap S_1)}{P(S_1)} = \frac{P(D_A \cap D_B^c \cap D_C^c)}{87/200} = \frac{3/8 \quad 3/5 \quad 3/5}{87/200} = \frac{27/200}{87/200}$$

$$\boxed{P(A \mid S_1) = 9/29}$$ ✓

PyE P1 1°c 2019

(29) En cierta facultad 40% de los hombres y 55% de las mujeres practican deporte. Además, el 70% de los estudiantes son mujeres. Si se elige un estudiante al azar y hace deporte ¿cuál es la prob. de que sea mujer?

D: el estudiante elegido hace deporte
H: el estudiante elegido es hombre
M: " " " es MUJER

$P(D|H) = 0.40$

$P(D|M) = 0.55$

$P(M) = 0.70 \rightarrow P(H) = 0.30$

$$P(M|D) = \frac{P(D|M)\,P(M)}{P(D|M)\,P(M) + P(D|H)\,P(H)} = \frac{0{,}55 \times 0{,}70}{0{,}55 \times 0{,}7 + 0{,}40 \times 0{,}30} =$$

$$= \frac{77/200}{77/200 + 3/25} = \frac{77/200}{101/200} = \boxed{\frac{77}{101} = P(M|D)}$$ ✓

(30) De los pasajeros que viajan en Aer. Cord., el 30% viaja con familia, el 25% con amigos y el resto solos. De los que viajan con familia, la mitad lo hace en vuelos nocturnos, de los que viajan con amigos el 40% lo hace el vuelos noct. y de los que viajan solos, apenas el 25% lo hace en v. noct.

a) Si se selecciona un pasajero al azar de Aerolíneas Cordobesas hallar la prob. de que no viaje en vuelo nocturno

F: el pasajero viaja con su familia
A: " " " " amigos
S: " " " solo

$P(F) = 0{,}30$
$P(A) = 0{,}25$
$P(S) = 0{,}45$

N: el pasajero tomó viaje Nocturno

$P(N|F) = 0{,}50$
$P(N|A) = 0{,}70$
$P(N|S) = 0{,}25$

$P(N^c) = 1 - P(N)$

$$P(N) = \overbrace{P(N|F)}^{0{,}50} \cdot \overbrace{P(F)}^{0{,}30} + \overbrace{P(N|A)}^{0{,}70}\,\overbrace{P(A)}^{0{,}25} + \overbrace{P(N|S)}^{0{,}25} \cdot \overbrace{P(S)}^{0{,}45} = \frac{7}{16}$$

$$P(N^c) = 1 - P(N) = 1 - \frac{7}{16} = \frac{9}{16} \rightarrow \boxed{P(N^c) = 0{,}5625}$$ ✓

b) Si viaja en vuelo nocturno, hallar la prob. de que viaje con amigos

$$P(A|N) = \frac{P(N|A)\,P(A)}{P(N|A) \cdot P(A) + P(N|F) \cdot P(F) + P(N|S) \cdot P(S)} = \frac{7/40}{7/16} = \frac{2}{5}$$

$$\boxed{P(A|N) = 0{,}40}$$

(31) El Depto. Ciencias Básicas de la Univ. tiene seis docentes titulares de Matemática: Euler, Cauchy, Leibnitz, Laplace, Gauss y Euclides, y debe seleccionar a 3 docentes titulares de este área para integrar una comisión de revisión de contenidos. Debido a que el trabajo será tedioso, nadie desea hacerlo, luego se eligen los nombres de una urna al azar.

a) Hallar la prob. de que alguno de los seleccionados tenga un apellido que comience con L

A: algún docente seleccionado tiene apellido que comienza con L

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{\# A^c}{\# \Omega} = 1 - \frac{\binom{4}{3}}{\binom{6}{3}} = 1 - \frac{4}{20} = 0,8$$

$$\boxed{P(A) = 0,8}$$ ✓

b) Si dos de los seleccionados tienen la misma inicial del apellido ¿cuál es la prob. de que sea L?

B: dos de los seleccionados tiene la misma inicial en el apellido

2L: la inicial de los apellidos son 2L y otra más

$$P(2L \mid B) = \frac{P(L \cap B)}{P(B)}$$

E, C, L, L, G, E

= con L

$$P(B) = P(L L L^c) + P(L L^c L) + P(L^c L L) + P(E E E^c) + P(E E^c E) + P(E^c E E) =$$

$$= \left(\frac{2}{6}\frac{1}{5}\frac{4}{4} + \frac{2}{6}\frac{4}{5}\frac{1}{4} + \frac{4}{6}\frac{2}{5}\frac{1}{4}\right) \cdot 2 = \frac{24}{120} \cdot 2 = \boxed{\frac{2}{5} = P(B)}$$

$$P(L \cap B) = P(L L L^c) + P(L L^c L) + P(L^c L L) = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} = P(L \cap B)$$

$$\rightarrow P(L \mid B) = \frac{P(L \cap B)}{P(B)} = \frac{1/5}{2/5} = \frac{1}{2} \rightarrow \boxed{P(2L \mid B) = 1/2}$$ ✓

c) Si las antigüedades docentes de los miembros titulares son respectivamente: 12, 15, 9, 16, 20, 7 años, hallar la probabilidad de que las sumas de las antigüedades de dos de estos miembros elegidos al azar resulte:

•) 27 años → A: la suma de dos de las antigüedades suman 27

$$\Omega = \{(12,15), (12,9), (12,16), (12,20), (12,7), (15,9), (15,16), (15,20), (15,7), (9,16), (9,20), (9,7), (16,20), (16,7), (20,7)\}$$

∈A (12,15); ∈B (12,20), (15,16), (15,20), (16,20); ∈A (20,7)

$$\# \Omega = \binom{6}{2} = 15$$

$$P(A) = \frac{\# A}{\# \Omega} = \frac{2}{15} \rightarrow \boxed{P(A) = 2/15}$$ ✓

••) mayor a 30 años → B: la suma de dos de las antigüedades es mayor a 30

$$P(B) = \frac{\# B}{\# \Omega} = \frac{4}{15} \rightarrow \boxed{P(B) = 4/15}$$ ✓

NOTA